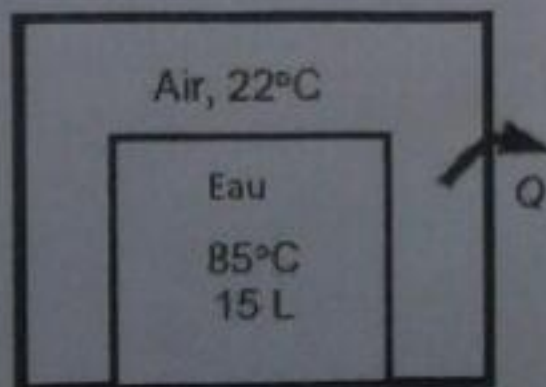


Examen de thermodynamique II

Exercice I

Un réservoir  $R_1$  de volume  $V_0 = 0,04 \text{ m}^3$  contient initialement de l'air dans les conditions ambiantes à  $T_0 = 22^\circ\text{C}$  et  $P_0 = 100 \text{ kPa}$ . Un autre réservoir  $R_2$  de volume  $V_2 = 15 \text{ l}$  rempli d'eau liquide à  $T_2 = 85^\circ\text{C}$  est placé dans le réservoir  $R_1$  sans aucune perte d'air. L'équilibre thermodynamique s'établit après des échanges entre l'air et l'eau d'une part et entre l'ensemble {air + eau} et le milieu ambiant. La quantité de chaleur cédée par l'ensemble {air + eau} au milieu ambiant est de  $2489 \text{ kJ}$ . L'air est assimilé à un gaz parfait de constante massique  $r = 0,287287 \text{ kJ/Kg}$  et de rapport des capacités calorifiques  $\gamma = 1,4$ . La capacité calorifique massique de l'eau est  $c_e = 4,18 \text{ kJ/Kg}$  et sa masse volumique est  $= 1000 \text{ kg/m}^3$ . Les parois des réservoirs sont rigides et les variations des énergies cinétiques et potentielles sont négligeables.

- 1) Question cours : Montrer pour un système fermé évoluant en étant en relation avec un milieu ambiant de température constante  $T_0$  que :
  - a) la fonction  $F^*$  joue le rôle de potentiel thermodynamique
  - b) le travail fourni est toujours inférieur ou égal à  $-\Delta F^*$ .
- 2) Calculer le volume  $V_1$  occupé par l'air et sa pression  $P_2$  à l'état final et la masse d'eau  $m_e$  contenue dans  $R_2$ .
- 3) Calculer la température  $T_f$  d'équilibre à l'état final de l'ensemble {air + eau}
- 4) Calculer les variations des énergies internes  $\Delta U_{\text{air}}$  et  $\Delta U_{\text{eau}}$  de l'air et de l'eau entre l'état initial et l'état d'équilibre final.
- 5) Déterminer les variations d'entropies  $\Delta S_{\text{air}}$  et  $\Delta S_{\text{eau}}$  de ces deux fluides.
- 6) Montrer que la variation d'entropie du système univers  $\Delta S_U$  s'exprime par
 
$$\Delta S_U = S_{\text{air}} + S_{\text{eau}}$$
- 7) Calculer la variation  $\Delta F^*$  de l'ensemble {air + eau} et en déduire le travail fourni maximal. Quelle l'exergie détruite au cours de cette opération ?





## Exercice II

De l'eau pénètre dans une tuyère dans l'état  $P_1=10$  kPa et  $T_1 = 50^\circ\text{C}$  avec une vitesse  $C_1 = 300$  m/s et la quitte dans les conditions  $T_2= 50^\circ\text{C}$  et  $C_2 =70$  m/s. La section de sortie de la tuyère est de  $3\text{m}^2$ .

Les propriétés thermodynamiques nécessaires (volume massique, entropie massique et l'enthalpie massique) relatives aux différents états sont regroupées dans le tableau suivant. Le régime d'écoulement est stationnaire et la variation de l'énergie potentielle est négligeable. Le milieu ambiant est caractérisé par une pression constante  $P_0$  une température constante  $T_0 = 25^\circ\text{C}$ .

	$T(^{\circ}\text{C})$	$v(\text{m}^3/\text{kg})$	$s(\text{kJ}/\text{kg}\cdot\text{K})$	$h(\text{kJ}/\text{kg})$
10kPa (entrée)	50	$V_1$	8,1741	2592
Vapeur saturée	50	12,026	8,0748	2591,3

- 1) Question cours : A l'aide d'un système fermé soigneusement défini, établir les bilans énergétique et entropique d'un système ouvert quelconque à une entrée et une sortie.
- 2) Calculer le débit massique  $\dot{q}_m$  de l'eau dans la tuyère et le volume massique  $V_1$  si la section d'entrée est de  $1\text{ m}^2$ .
- 3) Calculer la puissance thermique  $P_{th}$  échangée avec l'extérieur
- 4) Calculer la variation d'entropie par unité de temps entre l'entrée et la sortie de la tuyère, l'entropie par unité de temps due aux échanges avec l'extérieur et en déduire l'entropie créée par unité de temps.
- 5) Calculer l'exergie détruite par unité de temps



# EXAMEN - DE - THERMODYNAMIQUE (2)

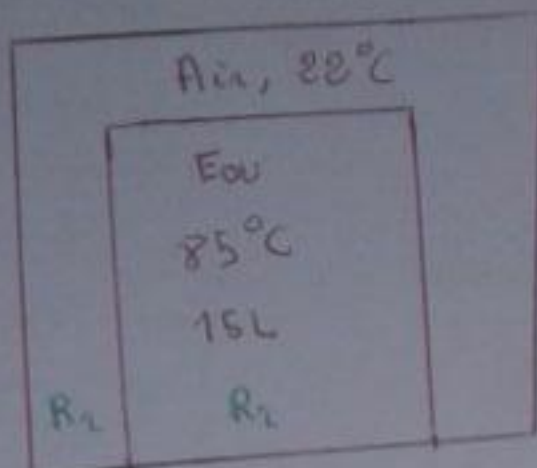
## II - SNP3 - 2016/2017

### EXERCICE 1 :

État initial :

AIR  $\left\{ \begin{array}{l} V_0 = 0.04 \text{ m}^3 \\ T_0 = 22^\circ\text{C} \\ P_0 = 100 \text{ kPa} \end{array} \right.$   
 (R1)

EAU  $\left\{ \begin{array}{l} V_e = 15 \text{ L} \\ T_e = 85^\circ\text{C} \end{array} \right.$   
 (R2)



(+) l'équilibre thermodynamique s'établit après des échanges entre l'air et l'eau d'une part et entre l'ensemble {air + eau} et le milieu ambiant

$$pV = nRT = \frac{m}{M} RT = m \frac{R}{M} T = m n T$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n = \frac{m}{M} \\ \text{et } n = \frac{R}{M} \end{array} \right.$$

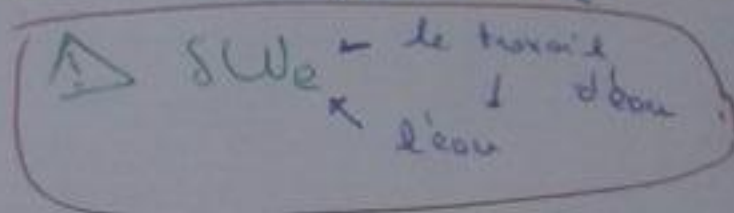
$$pV = m n T$$

① Questions de cours :

Le système cède du travail.  $\Rightarrow \delta W_e < 0$  et  $\delta W_f = -\delta W_e$

Bilan Energétique :

$$dE = \delta W_e + \delta Q_e \quad (1)$$



Bilan Entropique :

②  $dS = \delta S_e - \delta S_i = \frac{\delta Q_e}{T_0} + \delta S_i \Rightarrow \delta Q_e = T_0 (dS - \delta S_i) \quad (2)$

$$\frac{dE}{T_0} = \frac{\delta Q_e}{T_0} + \frac{T_0 \delta S_i}{T_0}$$

① et ②  $dE = \delta W + \delta Q_e \Rightarrow dE = \delta W + T_0 dS - T_0 \delta S_i$

$$\Leftrightarrow dE - T_0 dS = \delta W_e - T_0 \delta S_i$$

Si on suppose :  $\Delta E_c = \Delta E_p = 0 \Rightarrow dU - T_0 dS = \delta W_e - T_0 \delta S_i$

car :  $dE = \underbrace{dE_c + E_p}_0 + dU$

On a :  $F^* = U - T_0 S \Rightarrow dF^* = \delta W_e - T_0 \delta S_i \quad (3)$

On a  $\delta W_e < 0$  et  $-T_0 \delta S_i < 0$



$dF^* < 0 \Rightarrow DF^* < 0$  donc  $F^*$  joue le rôle d'un potentiel thermodynamique.

(b)

l'éq (3) :  $dF^* = \delta W_e - T_0 \delta S_i$

$$\left[ \begin{array}{l} -\delta W_e = -dF^* - T_0 \delta S_i \\ -\delta W_e = \delta W_f \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\delta W_f + dF^* = -T_0 \delta S_i$$

$$\delta W_f \leq -dF^*$$

$$\boxed{W_f \leq -\Delta F^*}$$

⊕ le travail fourni est toujours inférieur ou égal à  $-\Delta F^*$

$$\boxed{\text{car } DF^* < 0 \text{ et } -T_0 \delta S_i < 0}$$

(2) le volume occupé par l'air est :  $V_0 - V_{R2} = 0,04 - 15 \cdot 10^{-4}$

$$= 0,04 - 0,015$$

$$\boxed{V_1 = 0,025 \text{ m}^3}$$

$P_2$  : la pression à l'état final de la masse d'eau me contenue dans  $R_2$ .

$$P_2 = \frac{m_{\text{air}} T_F}{V_1} = \frac{0,047 \times 0,287287 \times T_F}{0,025}$$

$$\boxed{P_2 = m_{\text{air}} T_F}$$

$$T_F : ???$$

$$P_2 : ???$$

la température  $T_F$  :

Bilan énergétique pour le système :  $\Delta E = \Delta U$  car  $\Delta E_f = \Delta E_c = 0$

$$\Rightarrow \Delta U_{\text{sys}} = Q_e + W_e \text{ or } W_e = 0 \text{ (car les pressions sont rigides)}$$

car  $U$  est une fonction d'état donc  $\Delta U_{\text{sys}} = \Delta U_{\text{air}} + \Delta U_{\text{eau}}$

$$\Rightarrow \Delta U_{\text{air}} + \Delta U_{\text{eau}} = Q_e$$

$$\Rightarrow \boxed{m_{\text{air}} C_v (T_F - T_0) + m_{\text{eau}} C (T_F - T_{\text{eau}}) = Q_e} \quad (1)$$

$$m_{\text{air}} = \frac{P_0 V_0}{R T_0} \Rightarrow \frac{100 \text{ kPa} \times 0,04 \text{ m}^3}{0,287287 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \times (22 + 273) \text{ K}} = 0,047 \text{ kg}$$

$$m_{\text{eau}} = \rho_{\text{eau}} \times V_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg/m}^3 \times 15 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 15 \text{ kg}$$



$$(8) \Rightarrow m_{air} C_v T_F + m_{eau} C T_F = Q_e + m_{air} C_v T_0 + m_{eau} C T_{eau}$$

(3)

avec :

$$T_F = \frac{Q_e + m_{air} C_v T_0 + m_{eau} C T_{eau}}{m_{air} C_v + m_{eau} C}$$

$$C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

$$T_F = \frac{[-2489 \text{ kJ} + 0,047 \times \frac{0,287287}{0,4} \times 295 + 15 \text{ kg} \times 4,18 \times 353]}{0,047 \times \frac{0,287287}{0,4} + 15 \times 4,18}$$

$$= \frac{-2489 + 9,96 + 22446,6}{0,034 + 62,7}$$

$$T_F = 318,13^\circ \text{K}$$

$$(3) v_1: \text{le volume occupé par l'air est : } V_0 - V_{R2} = 0,04 - 15 \cdot 10^{-3}$$

$$= 0,04 - 0,015$$

$$V_1 = 0,025 \text{ m}^3$$

$P_F$ : la pression de l'air à l'état final :

$$P_F = \frac{m_{air} R T_F}{V_1} = \frac{0,047 \times 0,287287 \times 318,13}{0,025} = 172,91 \text{ kPa}$$

$$P_F = 171,42 \text{ kPa}$$

(4)

$$\Delta U_{air} = m_{air} C_v (T_F - T_0) = 0,047 \times \frac{0,287287}{0,4} (318,13 - 295)$$

$$\Delta U_{air} = 0,78 \text{ kJ}$$

$$\Delta U_{eau} = m_{eau} C (T_F - T_{eau}^i) = 15 \times 4,18 \times (318,13 - 353) = -2489,79$$

$$\Delta U_{eau} = -2489,79$$

$$(5) \Delta S_{air} = m_{air} C_v \ln \frac{T_F}{T_0}$$

$$ds = m C_v \frac{dT}{T} + \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \frac{dv}{T}$$

$$= \frac{0,047 \times 0,287287}{0,4} \times \ln \left( \frac{318,13}{295} \right) = 0,007026 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{air} = 0,007026 \text{ kJ/K}$$



$$DS_{\text{eau}} = m C \ln \left( \frac{T_F}{T_e} \right) \quad \left( ds = m c \frac{dT}{T} + \frac{(l-p)dv}{T} \right) \quad \left( \text{liquide } dv=0 \right)$$

$$DS_{\text{eau}} = 15 \times 4,18 \times \ln \left( \frac{318,3}{358} \right) = -7,37 \text{ kJ/K}$$

(4)

(6)

$$DS_{\text{univers}} = DS_{\text{air}} + DS_{\text{eau}}$$

(S est une fct d'état)

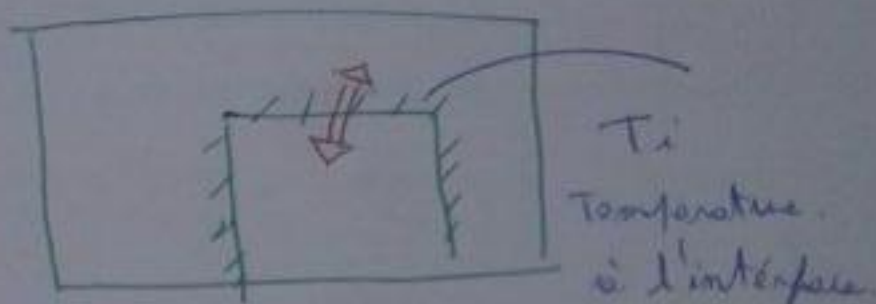
$$= S_{\text{air}}^e + S_{\text{air}}^i + S_{\text{eau}}^e + S_{\text{eau}}^i$$

$$= \frac{Q_{\text{air}}}{T_i} + S_{\text{air}}^i + \frac{Q_{\text{eau}}}{T_i} + S_{\text{eau}}^i$$

on a :  $Q_{\text{air}} = -Q_{\text{eau}}$

(la quantité de chaleur cédée par l'eau est reçue par l'air.)

$$\Rightarrow DS_{\text{univers}} = S_{\text{air}}^i + S_{\text{eau}}^i + \frac{1}{T_i} (Q_{\text{air}} + Q_{\text{eau}})$$



$$DS_{\text{univers}} = S_{\text{air}}^i + S_{\text{eau}}^i$$

(7)

$$DF^*_{\text{univers}} = DF^*_{\text{air}} + DF^*_{\text{eau}} \quad (F^* \text{ est une fct d'état})$$

$$= DU_{\text{air}} - T_0 DS_{\text{air}} + DU_{\text{eau}} - T_0 DS_{\text{eau}}$$

$$= 0,78 - 295 \times 0,001034 + (-2489,79) -$$

$$295 \times (-7,37)$$

$$= -314,56 \text{ kJ}$$

$$W_f = -DF^* = 314,56 \text{ kJ}$$



# EXERCICE II

5

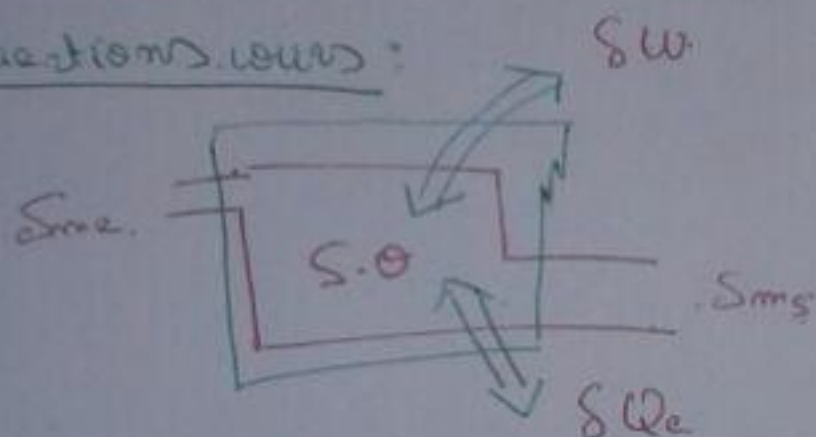
$$\text{Etat (1)} \begin{cases} P_1 = 10 \text{ kPa} \\ T_1 = (273 + 50)^\circ \text{K} \\ C_1 = 300 \text{ m/s} \\ S_1 = ? \\ \uparrow \text{ la section} \end{cases}$$

$$\text{Etat (2)} \begin{cases} P_2 = ? \\ T_2 = (50 + 273)^\circ \text{K} \\ C_2 = 70 \text{ m/s} \\ S_2 = ? \\ \uparrow \text{ la section} \end{cases}$$

(+) Le régime d'écoulement est stationnaire, et la variation de l'énergie potentielle est négligeable.

(+) Le milieu ambiant est caractérisé par une pression constante  $P_0$  et une température constante  $T_0 = 25^\circ \text{C}$ .

(1) Questions cours:



(+) Bilan Énergétique:

$$[\text{sys ouvert}] \quad dE = \delta Q_e + \delta W_e + \delta m \cdot [e_c + e_p + h]_s^e$$

avec:

$$\delta m_e = \delta m_s = \delta m$$

(+) Bilan Entropique:

$$dS = \delta S_i + \delta S_e + \delta m [s]_s^e$$

sys ouvert

sys fermé

(2)

à la sortie on a:

$$\dot{M} \dot{q} = \dot{S} \dot{C}_1$$

$$\Rightarrow \dot{q}_m = \frac{\dot{S} \dot{C}_1}{\dot{M}} = \frac{3 \times 70 \text{ (m/s)}}{12,026 \text{ (m}^3/\text{kg)}}$$

$$\dot{q}_m = 17,462 \text{ kg/s}$$



a'. l'entrée :  $N_1 q_m = S_1 C_1 = N_1 = \frac{S_2 C_2}{q_m}$

(6)

$$N_2 = \frac{1 \text{ m}^3 \times 300 \text{ m/s}}{17,46 \text{ kg/s}}$$

$$v_2 = 17,18 \text{ m}^3/\text{kg}$$

(3) Bilan Energétique :

$$dE = \delta Q_e + \delta W_e + \delta m [\cancel{e_p + e_c + h}]_s + \delta m [e_p + e_c + h]_s^e$$

$$\left. \begin{array}{l} \delta W_e = 0 \\ \Delta e_p = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow dE = \delta Q_e + \delta m [e_c + h]_s^e$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\delta Q_e}{dt} + \frac{\delta m}{dt} [e_c + h]_s^e$$

regime

stationnaire.

$$\frac{dE}{dt} = 0$$

$$P_{th} = -q [e_c + h]_s^e$$

$$= q [e_c + h]_e^s$$

$$e_c = \frac{1}{2} v^2$$

$$P_{th} = \frac{17,46}{q_m} \left[ \frac{1}{2} v_e^2 - \frac{1}{2} v_s^2 + (h_2 - h_1) \right]$$

$$= 17,46 \left[ \frac{1}{2} (70)^2 - \frac{1}{2} (300)^2 + (2591,3 - 2552) \right]$$

$$P_{th} = -755,147 \text{ kW} = -755,145 \text{ kJ/s}$$

(4)  $\delta S = \delta S_i + \delta S_e + \delta m [s]_s^e$

$$\frac{d}{dt} [s]_s^e = 0,0993 \text{ kJ/kg K} \quad ; \quad \frac{d}{dt} \delta S_e = \frac{P_{th}}{T_0}$$

$$= \frac{-755,145}{298}$$

$$= -2,53 \text{ kJ/kg K}$$

$$0 = \frac{\delta S_i}{dt} + \frac{P_{th}}{T_0} + q [s]_s^e$$

$$\frac{\delta S_i}{dt} = -\frac{P_{th}}{T_0} - 17,46 \times [0,0993] = 2,53 - 1,734 = 0,8 \text{ kJ/kg K}$$



⑦ l'énergie détruite par unité de temps

$$\left[ \frac{I_0 \delta S_i}{dt} = 238,4 \text{ W} \right]$$